Rappels mathématiques

→chapitre 02 cours Biomécanique

Pauline Neveu, PhD

Plan «Rappels mathématiques»

1-Trigonométrie

2-Géométrie vectorielle

2.1-Différences scalaire/vecteur

2.2-Différents types de vecteurs

2.3-Résultantes de vecteurs

2.4-Composantes de vecteurs - résolution de vecteurs

2.5-Cas particulier 1 : résultantes de vecteurs parallèles

2.6-Cas particulier 2 : composantes de vecteurs parallèles

1-Trigonométrie

→ cercle trigonométrique

-cercle orienté :

sens trigonométrique = sens positif = sens anti-horaire

-centre O

-rayon = 1 unité

-repère orthonormé (x,y) dont l'origine est O et la norme 1 unité

x = axe des abscisses

y = axe des ordonnées

-choix d'un point M sur le cercle

-A projection orthogonale de M sur l'axe des abscisses (cos)

-B projection orthogonale de M sur l'axe des ordonnées (sin)

-triangle rectangle AOM dont [OM] est l'hypoténuse

1-Trigonométrie

→ fonctions trigonométriques

-SOH

sinus = côté opposé / hypoténuse

-CAH

cosinus = côté adjacent / hypoténuse

-TOA

tangente = côté opposé / côté adjacent

→ théorème de Pythagore (dans triangle rectangle)

carré longueur hypoténuse =

somme des carrés des longueurs des deux autres côtés

2-Géométrie vectorielle

2.1-Différences entre scalaire et vecteur

Scalaire

-grandeur indépendante d'un système d'axes

→ne nécessite, pour être caractérisée, que :

.un nombre réel

.associé à une unité (SI ou Système International)

bipm.org

ex :

longueur → mètres (m)

temps → secondes (s)

masse → kilogrammes (kg)

2-Géométrie vectorielle
2.1-Différences entre scalaire et vecteur

Vecteur

-grandeur dépendante d'un système d'axes

$\rightarrow$ segment orienté

ex : $\overrightarrow{AB}$

$\rightarrow$ nécessite, pour être caractérisée, plusieurs éléments :

.direction : droite support

.origine/point de départ/point d'application : A

.sens : flèche (au point d'arrivée : B)

.intensité/module/norme : longueur du segment [AB]
associée à une unité du SI
notée $\|\overrightarrow{AB}\|$ ou AB

2-Géométrie vectorielle

2.1-Différences entre scalaire et vecteur

Vecteur

ex :

force → intensité en Newtons ou N ($kg.m/s^2$) + direction + sens

vitesse → intensité en m/s + direction + sens

accélération → intensité en m/s^2 + direction + sens

2-Géométrie vectorielle
2.2-Différents types de vecteurs

Vecteur lié

-origine

-direction/droite support

-sens

-module

fixes

→ ce vecteur a une position fixe dans l'espace

2-Géométrie vectorielle

2.2-Différents types de vecteurs

Vecteur glissant

-origine $\rightarrow$ peut glisser sur droite support

$$\left.\begin{array}{l}\text{-direction/droite support}\\ \text{-sens}\\ \text{-module}\end{array}\right\}\ \text{fixes}$$

Remarque : dans le cadre de la mécanique du solide, les forces correspondent à des vecteurs glissants

2-Géométrie vectorielle
2.2-Différents types de vecteurs

Vecteur libre

-origine → peut se déplacer sur supports parallèles et glisser sur eux

-direction/droite support → tout support parallèle

-sens

-module

fixes

Remarque : dans le cadre de la mécanique du point matériel, les forces correspondent à des vecteurs libres

2-Géométrie vectorielle
2.2-Différents types de vecteurs

Vecteurs opposés

-origines → peuvent glisser

-directions/droites supports → confondues

-sens → **opposés**

-modules → les mêmes

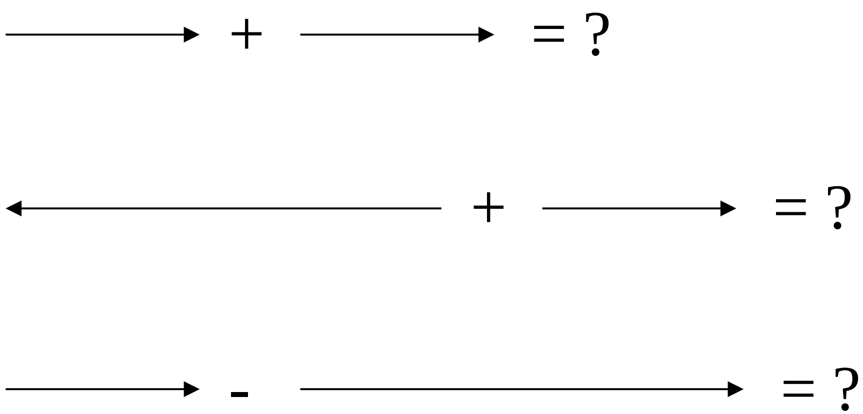
Remarque :
des vecteurs opposés (de mêmes modules) sur des supports parallèles constituent un couple de vecteurs

2-Géométrie vectorielle

2.3-Résultantes de vecteurs

Des opérations mathématiques peuvent être réalisées sur les vecteurs
(sortes d'additions et soustractions graphiques)

-approche intuitive



2-Géométrie vectorielle

2.3-Résultantes de vecteurs

Que faire lorsque les vecteurs (libres) n'ont pas les mêmes directions ?

-parallélogramme *de Stévin*

-polygone *de Varignon*

« méthode tête à queue »

Remarque : chercher une résultante c'est utiliser la relation de Chasles

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Remarque : on ne peut que chercher les résultantes de vecteurs correspondant à une même grandeur :

→ « addition » de deux vecteurs forces : possible

→ « addition » d'un vecteur force et d'un vecteur vitesse : impossible

2-Géométrie vectorielle

2.4-Composantes de vecteurs - résolution de vecteurs

Puisqu'il est possible de « résumer » deux vecteurs par un vecteur appelé résultante...

...il doit être possible de décomposer un vecteur en deux composantes !

→il suffit de tracer un parallélogramme autour du vecteur concerné

!?! Mais quel parallélogramme choisir ?!?

→en biomécanique, sont, en général, recherchées les composantes s'exerçant selon les directions des axes du référentiel choisi !

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

Cas qui se pose quand les deux vecteurs sont glissants et non libres

→réflexion

Caractéristiques de la résultante ?

-direction

-sens

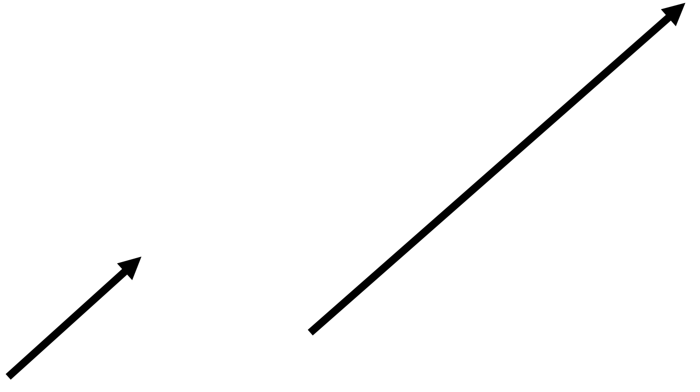
-module

-origine

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→première technique graphique pour trouver la résultante de deux vecteurs parallèles : « grand vecteur sur petit et petit derrière grand »

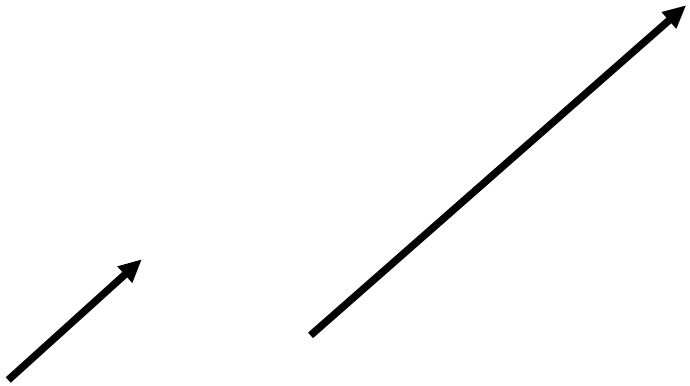


tracer la résultante

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→deuxième technique graphique pour trouver la résultante de deux vecteurs parallèles : « transformation du système de vecteurs parallèles en système de vecteurs concourants »



tracer la résultante

2-Géométrie vectorielle

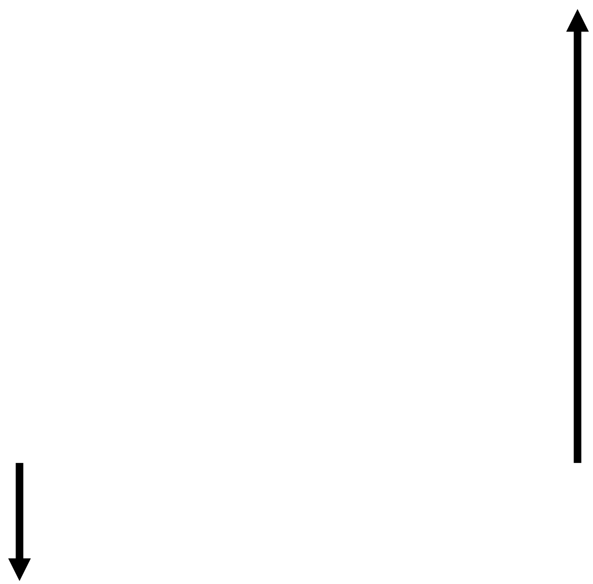
2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→remarque : il existe une technique non graphique pour trouver l’origine d’une résultante de deux vecteurs parallèles : barycentres
(cf : chapitre sur la mécanique du solide)

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→nouvelle réflexion : vecteurs de sens contraires



Caractéristiques de la résultante ?

-direction

-sens

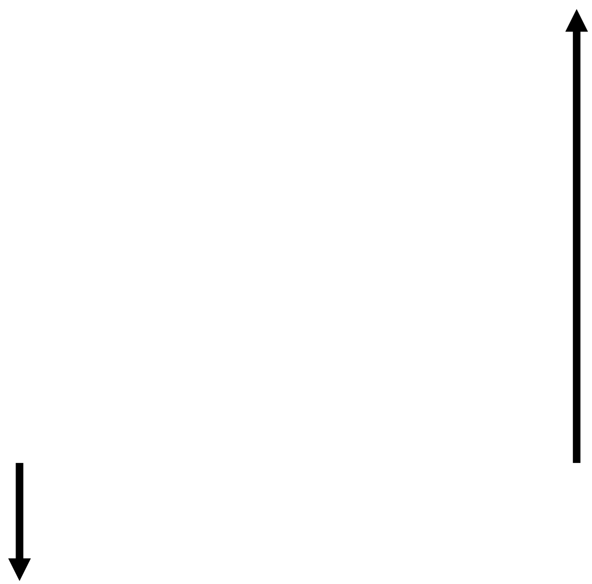
-module

-origine

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→première technique graphique pour trouver la résultante de deux vecteurs parallèles : « grand vecteur sur petit et petit derrière grand »

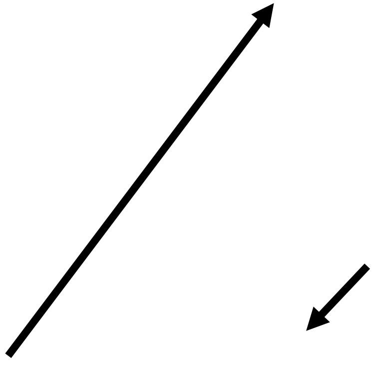


tracer la résultante

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→deuxième technique graphique pour trouver la résultante de deux vecteurs parallèles : « transformation du système de vecteurs parallèles en système de vecteurs concourants »



tracer la résultante

2-Géométrie vectorielle

2.5-Cas particulier 1: résultantes de vecteurs parallèles

→remarque : un couple de vecteurs n’admet pas de résultante

2-Géométrie vectorielle

2.6-Cas particulier 2: composantes de vecteurs parallèles

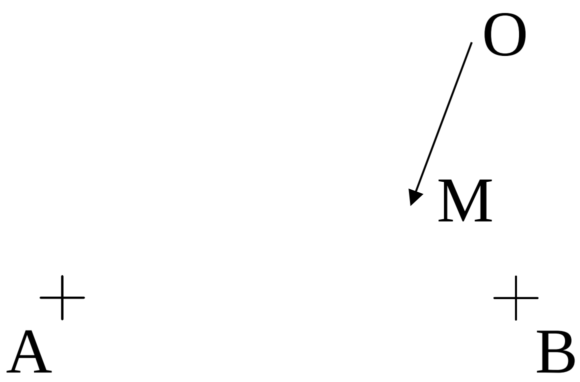
Puisqu’il est possible de construire une résultante pour deux vecteurs parallèles...

...il doit être possible de décomposer un vecteur en deux composantes parallèles s’appliquant en deux points définis

2-Géométrie vectorielle

2.6-Cas particulier 2: composantes de vecteurs parallèles

1ère réflexion : caractéristiques des deux composantes parallèles de $\overrightarrow{OM}$ s’appliquant en A et B ?



-points d’application

-direction

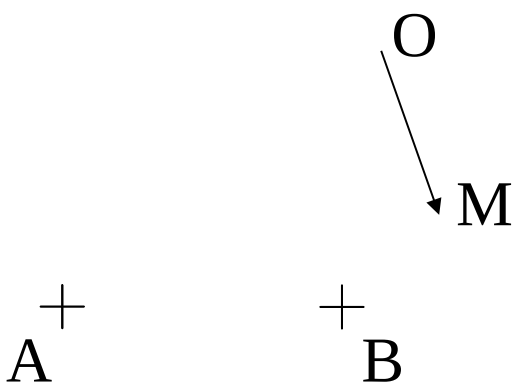
-sens

-module

2-Géométrie vectorielle

2.6-Cas particulier 2: composantes de vecteurs parallèles

2e réflexion : caractéristiques des deux composantes parallèles de $\overrightarrow{OM}$ s’appliquant en A et B ?



-points d’application

-direction

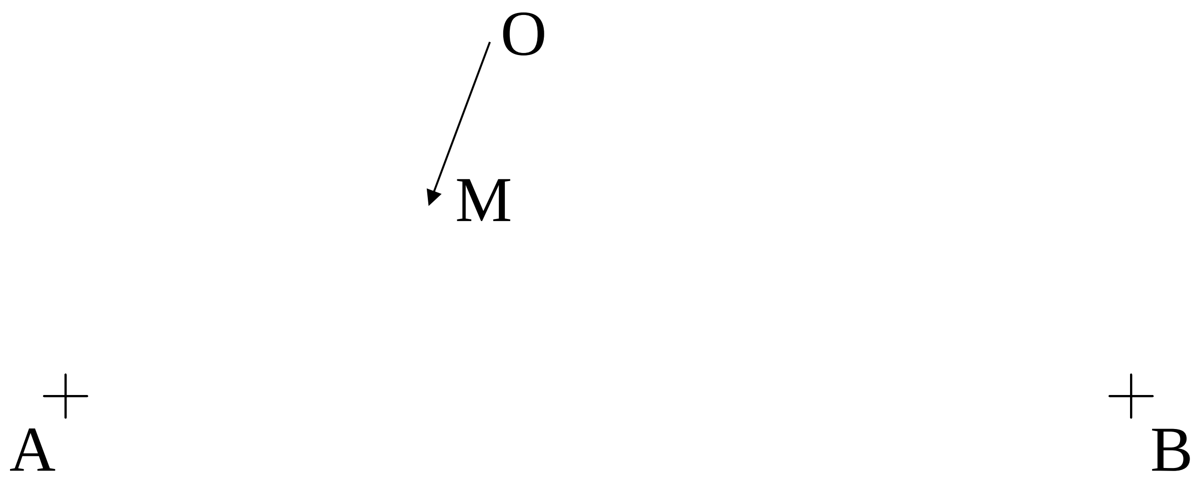
-sens

-module

2-Géométrie vectorielle

2.6-Cas particulier 2: composantes de vecteurs parallèles

Technique graphique permettant de trouver les composantes parallèles d’un vecteur en deux points définis



2-Géométrie vectorielle

2.6-Cas particulier 2: composantes de vecteurs parallèles

Tracer les composantes parallèles à $\overrightarrow{OM}$ s’appliquant en A et B

2-Géométrie vectorielle

2.6-Cas particulier 2: composantes de vecteurs parallèles

Exemple plus concret